



DESENVOLVIMENTO DE UMA BANCADA DIDÁTICA PARA DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA DA MOLLA

B.Y.H. Costa^{1,*}; R.T. Taira¹; B.P. Trevisan¹

1 Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos - Professor Jessen Vidal
Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, 1350 - Eugênio de Melo, São José dos Campos/SP,
CEP.: 12247-014, Brasil.
Telefone: (12) 3905-2423

*barbara.yulli@live.com

RESUMO: A busca pelo aperfeiçoamento do aprendizado é constante e, quando o fenômeno é mal compreendido, por muitas vezes, é importante descobrir outras formas de facilitar a interpretação. As disciplinas de Física e Vibrações, por serem de extrema importância para a profissão designada, têm a necessidade de serem bem aproveitadas pelos alunos. Baseado nisso, este trabalho tem por finalidade o desenvolvimento de uma bancada para auxiliar o aprendizado dos alunos em sala de aula, visando ajudá-los na aprovação e aproveitamento da disciplina, deixando a aula mais fácil e dinâmica. O sistema consiste numa bancada interativa onde os alunos poderão alterar a associação das molas e as forças aplicadas no sistema, para visualizar melhor os diferentes resultados.

PALAVRAS-CHAVE: bancada; mola; constante elástica.

ABSTRACT: The search for improvement on learning is constant and when the phenomenon is often misunderstood, it's important to find other ways to facilitating interpretation. The physics and vibrations theme, because of his extreme importance to the designated profession, needs to be well used by the students. Based on this, this work has the purpose of making a bench to help students to learn about subject, in order to assist them to get their approval on the class, making the lesson easier and more dynamic. The system consists of and interactive bench where students can change the association of the springs and the forces applied in the system, to better visualize the different results.

KEYWORDS: bench; spring; spring constant.

1. INTRODUÇÃO

O estudo de vibrações é indispensável para muitas formações, como é para o curso de Manutenção de Aeronaves e de Projetos de Estruturas Aeronáuticas da Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos (FATEC-SJC). Contudo, por ser uma matéria complexa, muitos alunos têm dificuldades ao cursá-la. Partindo do fato de que a FATEC-SJC não tem um laboratório de Física e de Vibrações com equipamentos onde os alunos possam ter a visualização prática dos conceitos aprendidos em sala de aula, surgiu a motivação para confeccionar uma bancada que auxiliasse os estudos em matérias que tenham como conteúdo a resolução de exercícios de sistema massa-mola.

Para a confecção da bancada, foi realizado um estudo referente aos conceitos da matéria para melhor entendimento das aplicações que poderiam ser postas em prática na plataforma nova de estudo. A bancada foi confeccionada de uma forma em que os alunos pudessem interagir com ela, para que fosse mais dinâmico e que cálculos pudessem ser realizados em cima do experimento. Com

o aumento da tecnologia e dos diversos recursos que temos na atualidade, é indispensável deixar de investir na didática.

1.1. Teoria de Vibrações

Vibração é o movimento de uma partícula ou corpo que oscila em torno de uma posição de equilíbrio, ou seja, qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo. O balançar de um pêndulo e o movimento de uma corda dedilhada são exemplos típicos de vibração. A teoria de vibração trata do estudo de movimentos oscilatórios de corpos e as forças associadas a eles (RAO, 2011).

A maioria dos sistemas vibratórios é bem complexa e torna difícil o cálculo das variáveis. A vibração está presente em quase tudo à nossa volta, desde o corpo humano até fenômenos que ocorrem no universo. Então, com o estudo vibratório conseguimos entender a funcionalidade de diversos eventos, tornando sua compreensão de extrema importância.

No caso do sistema massa-mola, a mola armazena energia potencial que é transferida em energia cinética para a massa. Como é um sistema vibratório, esta energia sofre uma transferência alternada, de energia potencial para energia cinética e de energia cinética para energia potencial (RAO, 2011).

1.2. Lei de Hooke

Robert Hooke (1635-1703) nascido na Ilha de Wight foi um cientista inglês de grande importância para a física, sendo lembrado até os dias de hoje. Uma de suas criações mais importantes ocorreu em 1660, conhecida como Lei de Hooke ou Lei da Elasticidade (HOOKE, 2018). A lei descreve a capacidade de um sistema ou material de retornar à sua posição ou forma inicial ao ser comprimido ou distendido. Todo material sofre algum tipo de deformação, sendo ela visível ou não, quando atuada uma força sobre ele. Uma boa exemplificação disto é a mola, que ao ser pressionada ou alongada por uma força que não ultrapasse os limites da mesma, retorna ao seu formato inicial. Quando isto ocorre significa que o material está em regime elástico, não sofrendo deformação permanente.

Sua teoria foi matematicamente representada com a Equação 1:

$$F = kx \quad (1)$$

onde, F é a força elástica; k a constante elástica da mola e x a deformação.

1.3. Sistema Massa-Mola

Um sistema massa-mola é composto basicamente por mola espiral e uma massa. Ele pode ter disposições e quantidades variadas destes elementos básicos. O objetivo da bancada é justamente poder montar diferentes arranjos de sistema para que os alunos possam comparar e analisar os resultados obtidos.

1.4. Associações de Molas

Uma maneira de se obter uma constante elástica equivalente, que se adeque à situação necessária, é associando as diferentes molas do sistema. Existem duas formas de associação no sistema massa-mola, em série e em paralelo.

1.4.1. Associação em Série

A associação em série está relacionada a utilizar mais de uma mola em sequência submetida a uma mesma força, como pode ser observado na Figura 1.

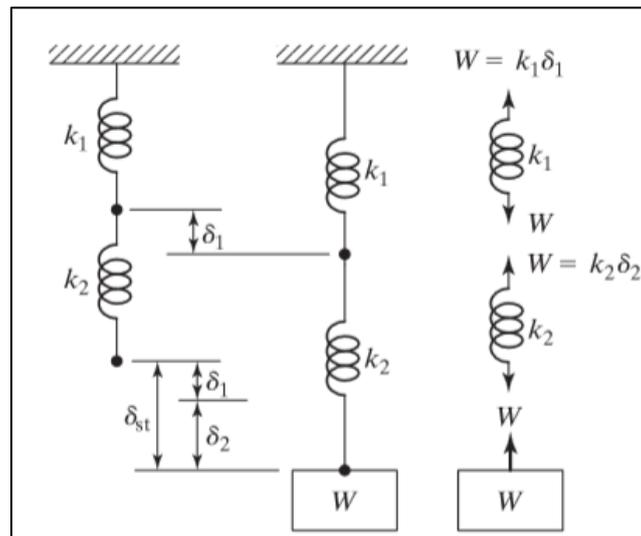


Figura 1. Associação em série (RAO, 2011).

Como exemplificado na Figura 1, as molas 1 e 2 sofrem deformação por causa de uma força W e com isto se observa que ambas as deformações δ_1 e δ_2 são somadas numa deformação equivalente δ_{st} . A força W está agindo sobre as duas molas, com isto se pode observar o equilíbrio do sistema demonstrado na Equação 2:

$$\begin{aligned} W &= k_1 \delta_1 \\ W &= k_2 \delta_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Para a deformação equivalente utilizamos as constantes equivalentes que multiplicadas entre si resultam na força W . Igualando as forças do sistema temos a Equação 3:

$$k_1 \delta_1 = k_2 \delta_2 = k_{eq} \delta_{st} \quad (3)$$

Sabendo δ_1 somado com δ_2 resulta na deformação equivalente, utilizam-se os dados da Equação 3 para chegar à Equação 4:

$$\frac{k_{eq} \delta_{st}}{k_1} + \frac{k_{eq} \delta_{st}}{k_2} = \delta_{st} \quad (4)$$

Com isto, obtém-se a equação final de associação de molas em série, a qual pode ser vista vista na Equação 5:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (5)$$

1.4.2. Associação em Paralelo

O arranjo de molas em paralelo está relacionado em dispô-las paralelamente entre si para que haja uma constante elástica equivalente, como demonstrada na Figura 2.

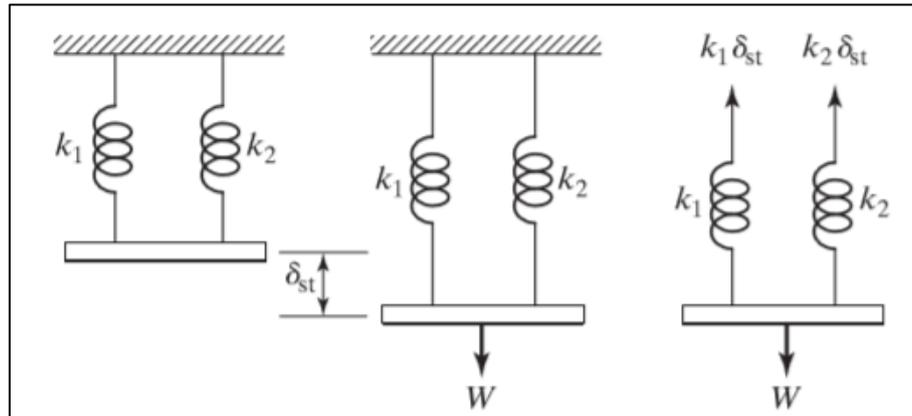


Figura 2. Associação em paralelo (RAO, 2011).

Como exemplificado na Figura 2, aplicando-se a carga W gera-se uma deformação resultante δ_{st} da deformação de ambas as molas, como observado na Equação 6:

$$W = k_1 \delta_{st} + k_2 \delta_{st} \quad (6)$$

Para determinar a constante elástica equivalente do sistema, dado que a força e a deformação aplicadas em ambas as molas são as mesmas, baseia-se na Equação 7:

$$W = k_{eq} \delta_{st} \quad (7)$$

Conclui-se, então, que o k_{eq} da associação em paralelo é a soma das constantes das molas, conforme demonstrado na Equação 8:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 \quad (8)$$

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1. Materiais

A bancada didática é composta basicamente por aço carbono, madeira e molas. A Tabela 1 apresenta os materiais utilizados na sua concepção.

Tabela 1. Materiais utilizados.

Material	Quantidade	Dimensões
Madeira MDF	1pç	460x260x17mm
Tubo quadrado	2,5m	20x20x0,9mm
Molas	7	Variadas

A estrutura do projeto utiliza em toda sua extremidade tubo quadrado de aço carbono 20 x 20 mm, conforme mostrado na Figura 3, fixada à base de madeira (MDF), mostrada na Figura 4 que, por sua vez, garante a leveza e a praticidade da bancada.

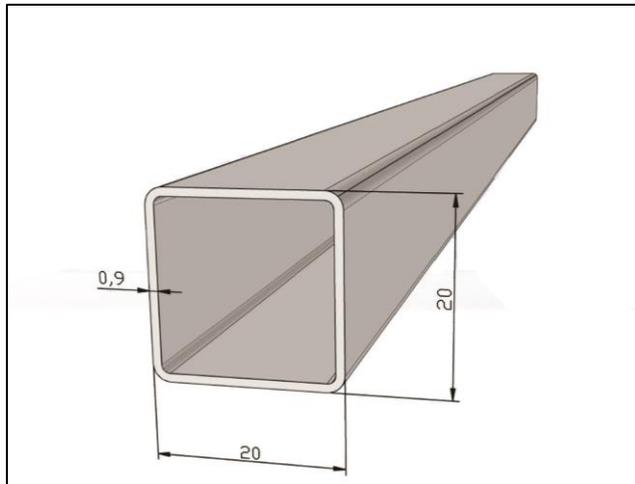


Figura 3. Tubo Quadrado.



Figura 4. Placa de MDF.

As molas foram adquiridas a partir de catálogos em lojas, o que abriu um grande leque de variações aos ensaios, possibilitando a troca da mola por outra com diferentes propriedades mecânicas. As mesmas utilizadas, conforme Figura 5, são de aço carbono com as especificações descritas na Tabela 2. As referências dadas na Tabela 2 são demonstradas na Figura 6.

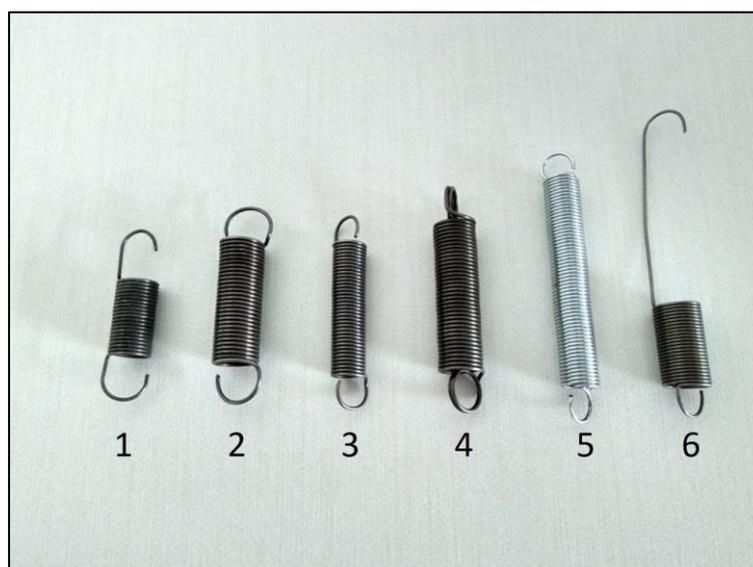


Figura 5. Molas de Tração.

Tabela 2. Dimensões das molas

Mola	d	L	L1	DM
1	0,9	42	95	10
2	0,9	48	102	8,5
3	1,2	49	121	11,2
4A	0,9	54,8	186	10,9
4B	0,9	55,8	190	10,86
5	0,9	69	185	9
6	0,8	80	165	11

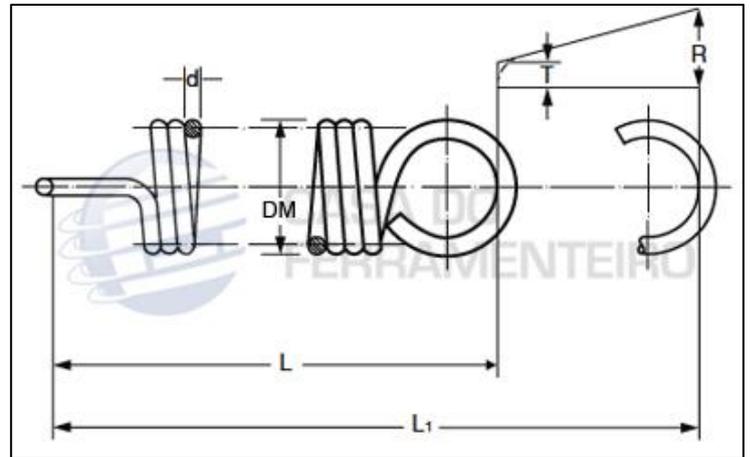


Figura 6. Legenda da Tabela 2 (MOLA, 2018).

2.2. Bancada Didática

A construção do projeto foi iniciada com o preparo da base de madeira, cortando as extremidades para atingir o tamanho e formato necessários, além da impermeabilização a fim de garantir uma maior durabilidade e fácil limpeza, caso haja necessidade.

Após o preparo da base, deu-se início ao dimensionamento e corte dos metais da estrutura. Nos que contornam a base de madeira em sua extremidade, foram realizados cortes de 45°, visto na Figura 7 e nos da estrutura de fixação da mola, cortes de 90°. Além disso, foi necessário realizar uma curva de 90° após 300mm da altura do mesmo, a fim de facilitar a visualização da escala e torná-la esteticamente melhor.



Figura 7. Demarcações dos cortes

Com todos os tubos preparados, foi realizada a soldagem do quadro tubular da base e das colunas da estrutura de fixação da mola com máquina de solda MIG (*Metal Inert Gas*) visualizada nas Figuras 8 e 9, em seguida fixada a estrutura à base de madeira.



Figura 8. Solda MIG



Figura 9. Estrutura Metálica

A fixação das molas à estrutura se dá por meio de três ganchos que foram soldados, o que possibilita uma vasta variedade de molas a serem utilizadas para associação de molas em paralelo. Com a bancada concluída, foi acrescentada uma escala para a visualização da deformação das molas.

2.3. Determinação da constante elástica da mola

Para a determinação da constante elástica da mola mediu-se a deformação da mola para diferentes valores de massa. Foram utilizados quatro valores distintos de massas. Através dos dados da deformação em função do peso construiu-se um gráfico, no qual o coeficiente angular da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais é o valor da constante elástica da mola.

A bancada didática foi utilizada para o cálculo da constante elástica individual de sete molas distintas bem como as associações em série e paralelo das molas 4A e 4B. Essas molas foram selecionadas por possuírem dimensões similares, conforme pode ser visualizado na tabela 2.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o desenvolvimento do produto, foi necessário efetuar uma simulação prévia no software *SolidWorks* de como a bancada deveria ser produzida. O desenho do projeto pode ser visualizado na Figura 10. A bancada finalizada pode ser observada na Figura 11.

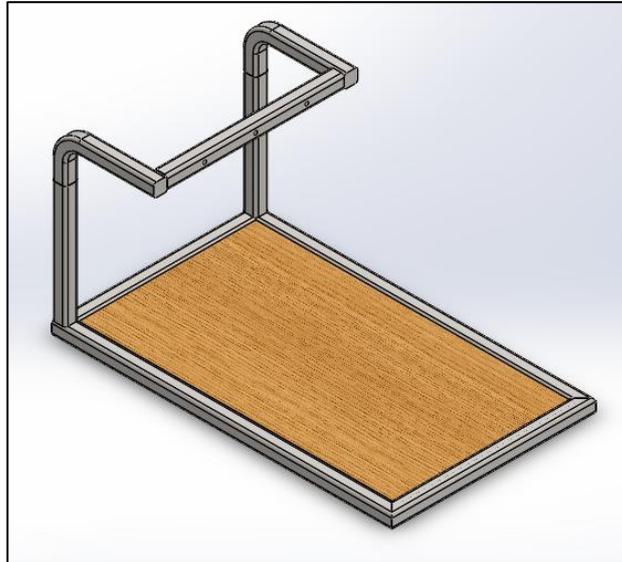


Figura 10. Desenho do Projeto da Bancada em *SolidWorks*.



Figura 11. Bancada didática.

3.1. Cálculo das Constantes Elásticas

Baseado na Equação 9 (RAO, 2011) mostrada a seguir, foram calculadas as constantes elásticas das molas apresentadas na Figura 5, as quais podem ser observados na Tabela 3. Esses resultados foram obtidos com base nas dimensões das molas.

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 n} \quad (9)$$

onde k é a constante elástica da mola; d é o diâmetro do arame; G é o módulo de elasticidade transversal; D é o diâmetro médio do enrolamento e n é o número de espiras da mola. Como

todas as sete molas foram fabricadas em um material similar ao aço, o módulo de elasticidade transversal utilizado foi $80 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ [1].

Tabela 3. Constantes elásticas calculadas por meio das dimensões da mola.

Mola	d	n	D	k
1	0,9	24	10	273,37 N/m
2	0,9	38	8,5	281,14 N/m
3	1,2	31	11,2	476,11 N/m
4A	0,9	38	10,9	133,32 N/m
4B	0,9	38	10,86	134,80 N/m
5	0,9	62	9	145,16 N/m
6	0,8	26	11	118,36 N/m

3.2. Procedimento Experimental

As figuras de 12 a 18 apresentam os resultados da deformação em função do peso para cada uma das sete molas. É possível verificar que a deformação em função do peso apresenta um comportamento linear, fato que está de acordo com o Lei de Hooke.

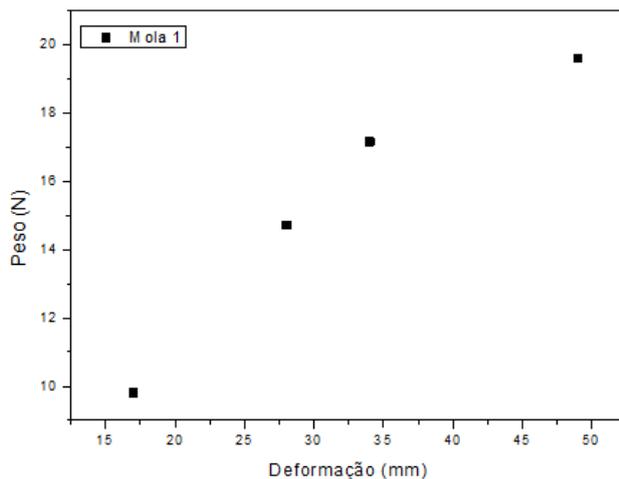


Figura 12. Constante da Mola 1

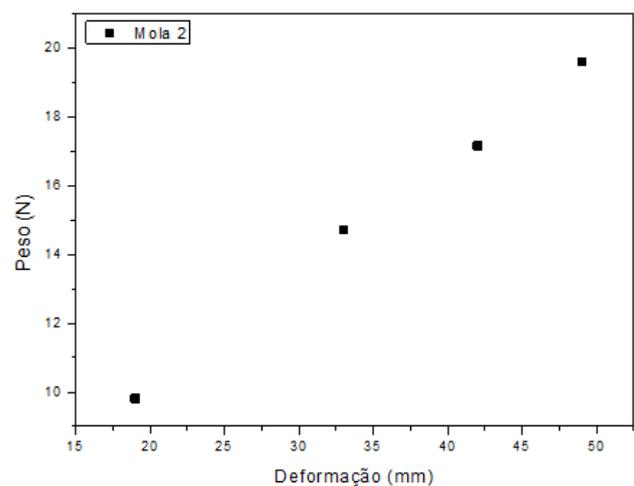


Figura 13. Constante da Mola 2

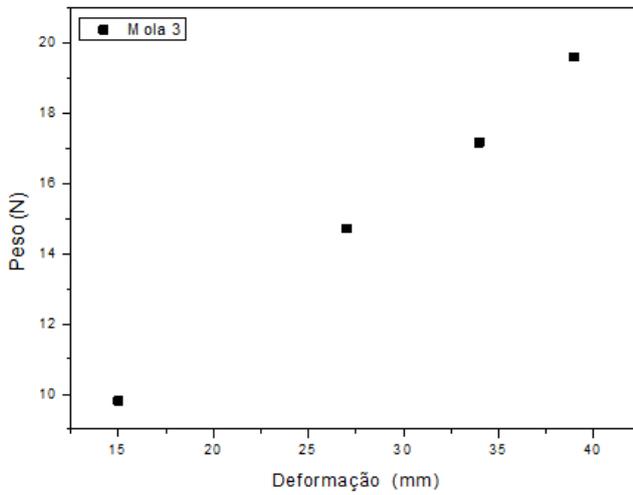


Figura 14. Constante da Mola 3

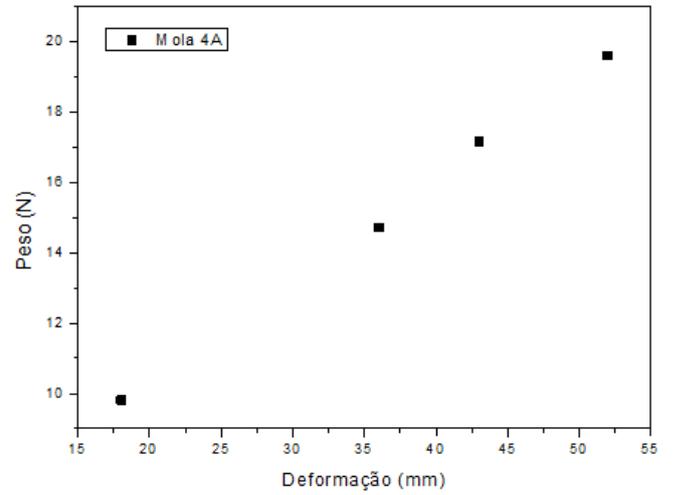


Figura 15. Constante da Mola 4A

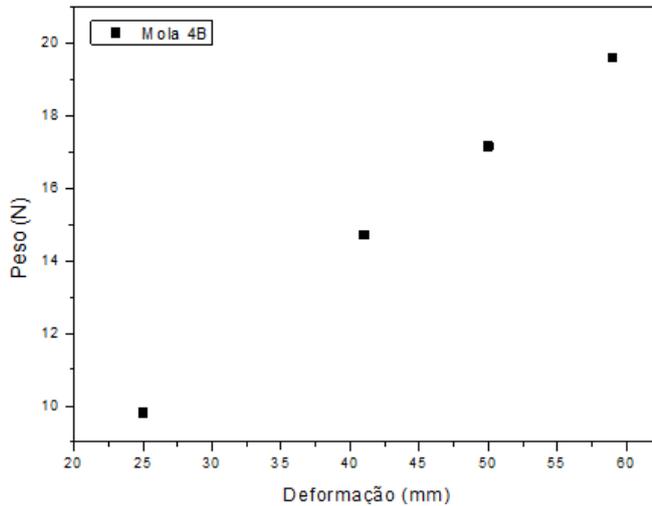


Figura 16. Constante da Mola 4B

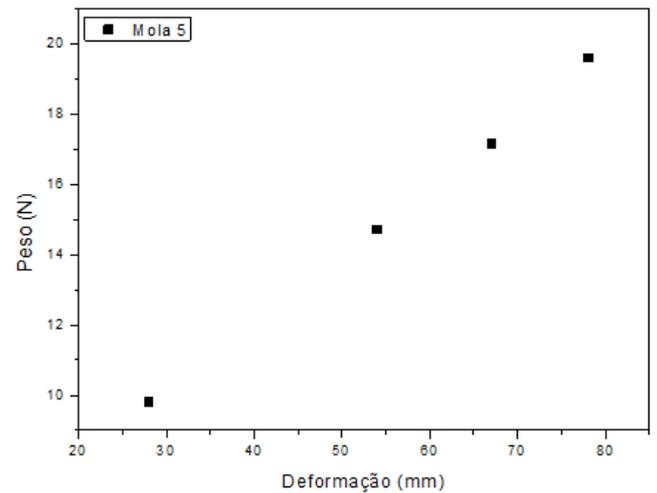


Figura 17. Constante da Mola 5

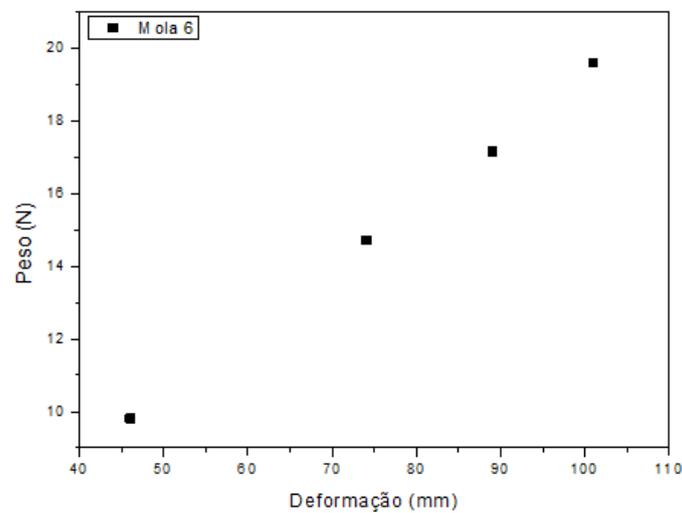


Figura 18. Constante da Mola 6

Os valores das constantes elásticas de cada mola foram obtidos por meio do coeficiente angular da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais. Tais resultados são apresentados na Tabela 4 e comparados com os valores obtidos por meio da Equação 9.

Tabela 4. Comparativo das Constantes Elásticas das Molas.

Mola	k dimensões	k experimental I
1	273,37 N/m	303 ± 57 N/m
2	281,14 N/m	323 ± 10 N/m
3	476,11 N/m	402 ± 13 N/m
4A	133,32 N/m	290 ± 9 N/m
4B	134,80 N/m	289 ± 7 N/m
5	145,16 N/m	194 ± 4 N/m
6	118,36 N/m	176 ± 4 N/m

Com a comparação dos resultados, observa-se que a teoria que foi estudada é possivelmente demonstrada através do experimento. Os resultados não ficaram tão próximos porque possivelmente o G (módulo de elasticidade transversal) que foi adotado não é o mais correto para as molas que foram utilizadas. O G leva em consideração o material que a mola foi fabricada.

3.3. Constantes Elásticas Equivalentes das Associações em Série e Paralelo

As figuras 19 e 20 apresentam os resultados da deformação em função do peso para as associações em série e paralelo das molas 4A e 4B. Novamente é possível verificar a validade da Lei de Hooke devido ao comportamento linear observado nos gráficos.

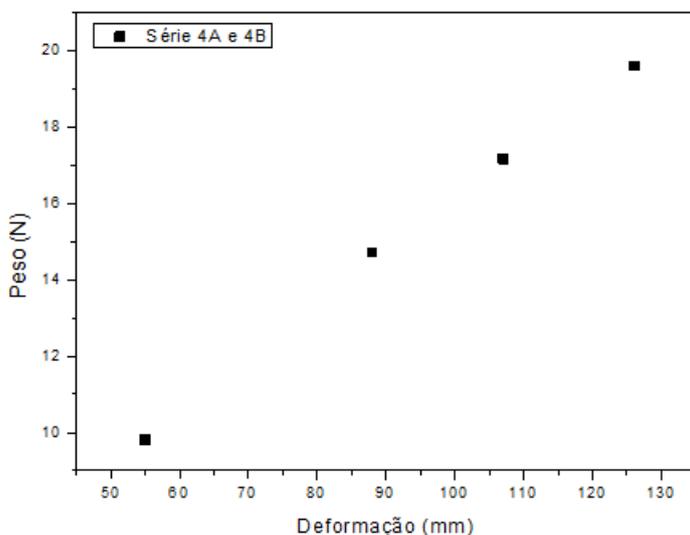


Figura 19. Constante da Associação em Série das Molas 4A e 4B

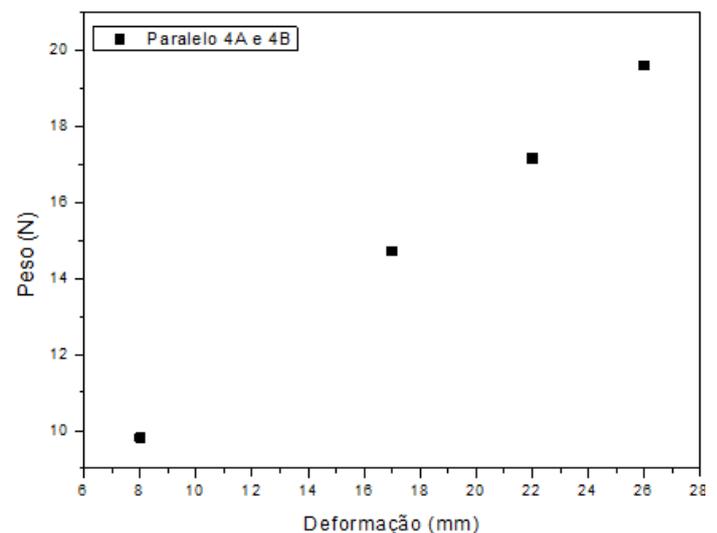


Figura 20. Constante da Associação em Paralelo das Molas 4A e 4B

A análise do coeficiente angular da reta que melhor se ajusta aos dados experimentais fornece o valor das constantes elásticas das associações em série e paralelo das molas 4A e 4B. Para efeito de comparação com os valores obtidos por meio da análise gráfica, foram utilizadas as constantes elásticas das molas 4A e 4B apresentadas da Tabela 3 e depois utilizadas as Equações 5 e 8 para o cálculo das associações em série e paralelo, esses resultados foram obtidos por meio das dimensões da mola. Tais resultados também podem ser comparados com os apresentados na Tabela 4, a qual teve seus resultados baseados nos experimentos individuais de cada mola, e depois foram utilizadas as Equações 5 e 8, tais resultados foram denominados resultados experimentais 1. Os resultados obtidos em todos os três processos podem ser observados na Tabela 6.

Tabela 6. Constantes Elásticas Equivalentes.

Associação	k dimensões	k experimental 1	k experimental 2
Série	67,03 N/m	144,75 N/m	138 ± 4 N/m
Paralelo	268,12 N/m	579 N/m	539 ± 12 N/m

Os resultados obtidos por meio das dimensões das molas (Equação 9) novamente apresentam valores distintos dos obtidos experimentalmente. Possivelmente o valor utilizado do módulo de elasticidade transversal G não é o mais correto, o qual leva em conta o material da mola. Os valores experimentais das associações em série e paralelo obtidos de formas distintas apresentaram valores próximos, validando as equações utilizadas para as respectivas associações de molas.

4. CONCLUSÃO

A confecção da bancada didática para determinação da constante elástica da mola é de grande importância para o laboratório da FATEC-SJC, visando ao bom aproveitamento dos alunos na disciplina, aumento de interesse e aprovação.

Produzida com materiais leves, possibilitando sua fácil movimentação em laboratório ou até mesmo em sala de aula, além de possuir resistência aos esforços aplicados. Como é um projeto relativamente simples, pode ser replicado e utilizado por diversas instituições de ensino tecnológico, além de poder ser facilmente manipulado por alunos.

Com base em equações adquiridas dos livros, foi possível calcular as constantes elásticas das diversas molas utilizadas na bancada. Com os resultados obtidos, fica possível compará-los aos resultados adquiridos pelo experimento e com isto torna-se possível a demonstração em prática da teoria estudada. Com as diversas molas e massas pode-se obter diferentes experimentos fazendo com que a bancada seja a mais interativa possível.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RAO, S. S. Mechanical Vibrations. 5ª edition. Pearson Prentice Hall, 2011.

HOOKE. Disponível em https://www.sofisica.com.br/conteudos/Biografias/robert_hooke.php. Acesso em: 31/08/2018

MOLA. Disponível em <http://www.casafer.com.br/produto-2097-Mola+de+Tracao>. Acesso em: 31/08/2018.